

水撃負圧部の気液混相流中を通過する水撃波の伝播速度とボイド率の関連性について

著者	今泉 良明, 河野 幸夫, 石川 和己, 加藤 和夫, 芳賀 昭
雑誌名	東北学院大学工学部研究報告
巻	47
号	1・2
ページ	18-23
発行年	2013-02
URL	http://id.nii.ac.jp/1204/00024659/

水撃負圧部の気液混相流中を通過する水撃波の伝播速度と ボイド率の関連性について

Relationship between wave speed and void fraction under the condition of negative surge pressure

今泉良明 河野幸夫 石川和己 加藤和夫 芳賀昭

Yoshiaki Imaizumi Yukio Kono Kazumi Ishikawa Kazuo Kato Akira Haga

Abstract

The sudden pressure rise known as the water hammer phenomenon in pipelines occurs when a valve is closed rapidly. The pressure becomes negative surge pressure when the pressure wave returns from the end of the pipeline to the valve. Then water vaporizes and bubbles appear inside the pipelines. In this study, an optical probe void meter is used to observe the bubbles rate of occurrence (void fraction) every 1/2000 second, and two High Speed Video Cameras are employed to take the air bubble occurrence at the same interval.

Key words: water hammer, negative surge pressure, occurrence bubble, void fraction, wave speed

1. 序論

上流側に水槽があり、その水を管路で下流に自然に流下させて通水している場合、下流側に取り付けられた弁を急激に閉鎖すると、管内に急激な圧力上昇が発生する。これは一般に水撃現象 (Water Hammer) と呼ばれている。

圧力上昇が上流方向へ伝播し水槽側で反射すると大きな圧力降下が起こる。そして負圧部が臨界圧 (ゲージ圧で約-10 m) に達すると、気泡が発生し、管内は気液混相流になる。流速が小さい場合には液体のみの単相流となるが、流速が大きい場合は液相中に小気泡が発生して流れ、液体と多数の気泡からなる気液混相流となる。また、このときの伝播速度は正圧の伝播速度とは異なる。

これまでの著者らによる研究では、水撃管路の途中に透明アクリル管を挿入し、発生する気泡を1台の高速度カメラにより2次元的に撮影し、気泡の形状も完全球体として仮定していた。^{2) 3) 4) 5) 6)} それと同時にオプティカルプローブボイド計センサーを組み込んで気泡のボイド率も測定していたが、水撃圧と高速度カメラ、ボイド計センサーの同期が確保されず、それぞれが別々に計測されていた。また、管内を伝播する圧力とボイド率との関連性が明らかにされていなかった。^{2) 4)}

本研究では、BNC-box を用いて圧力とカメラでの画像、ボイド計センサーの電圧の3つを同期させた状態で水撃圧を測定し、その結果を元に負圧部の伝播速度とボイド率の関係を明らかにする。

2. 水撃圧と伝播速度の理論値

2.1 水撃圧 ΔH について

水撃圧の理論値は Joukowsky の定理を用いて算出される。¹⁾

$$\Delta H = \frac{a}{g} \Delta V \quad (1)$$

ΔH : 水撃圧 (m), a : 伝播速度 (m/s), g : 重力加速度=9.8 (m/s²), ΔV : 初期流速 (m/s)

この式で ΔV は電磁流量計などから求められる実験値である。

2.2 単層流中の水の伝播速度 a_w の算出

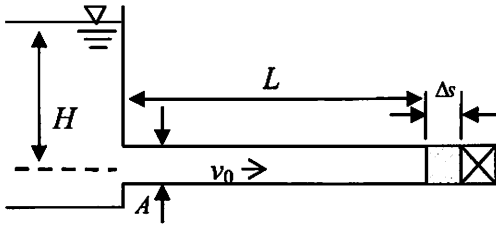


図 2-1 水撃圧が発生した瞬間の管路

まず、図 2-1 において長さ L についての質量を考えると、質量保存の法則より式(2)で表せる。

$$M = \rho \cdot V = \rho \cdot A \cdot L = \rho \cdot A \cdot v \cdot t = \rho \cdot A \cdot v \cdot \frac{L}{a} \quad (2)$$

式(2)を微分し、変形すると式(3)が得られる。

$$\Delta(\rho \cdot A \cdot L) = \Delta\rho \cdot A \cdot L + \rho \cdot \Delta A \cdot L + \rho \cdot A \cdot \Delta L \quad (3)$$

次に式(3)を変形し v を消去すると式(4)となる。

$$-\rho \cdot A \cdot \frac{L}{a} \cdot \Delta v = \Delta\rho \cdot A \cdot L + \rho \cdot \Delta A \cdot L \quad (4)$$

式(4)の両辺を $(\rho \cdot A \cdot L)$ で除すと、式(5)となる。

$$-\frac{\Delta v}{a} = \frac{\Delta\rho}{\rho} + \frac{\Delta A}{A} \quad (5)$$

この式(5)の Δv に水撃圧 ΔH についての式(1)を代入し、展開することで式(6)が得られる。

$$a^2 = \frac{\left(\frac{\Delta P}{\rho_w}\right)}{\left(\frac{\Delta\rho_w}{\rho_w} + \frac{\Delta A}{A}\right)} \quad (6)$$

次に圧力の増加の模式図を図 2-1 に示す。

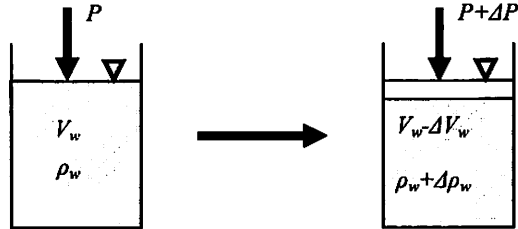


図 2-2 圧力増加模式図(単層流)

図 2-2 より、圧力の増加についてはフックの法則より水の体積弾性係数 K_w を用いて式(7)で表せる。

$$\Delta P \propto \frac{\Delta\rho_w}{\rho_w}, \quad \Delta P \propto -\frac{\Delta V_w}{V_w} \quad (7)$$

$$K_w = \frac{\Delta P}{\Delta\rho_w / \rho_w} = -\frac{\Delta P}{\Delta V_w / V_w}$$

式(7)を式(6)の $\Delta\rho_w/\rho_w$ に代入し、式(8)を得る。

$$a_w = \sqrt{\frac{\frac{K_w}{\rho_w}}{1 + K \left(\frac{\Delta A}{A \Delta P}\right)}} \quad (8)$$

次に鉄管の運動方向に対する拘束条件について検討する。薄壁パイプラインにおける拘束条件については以下のケースが考えられる。

- a) 管が上流端のみで固定されている場合
- b) 管が両端で固定されている場合
- c) 伸縮継ぎ手により接続部が自由に動く場合

円管のポワソン比は式(9)、式(10)で表すことができる。

$$\mu = -\frac{\text{lateral unit strain}}{\text{axial unit strain}} = -\frac{\varepsilon_3}{\varepsilon_1} \quad (9)$$

$$\varepsilon_{Total} = \varepsilon_2 + \varepsilon_3 = \varepsilon_2 - \mu\varepsilon_1 \quad (10)$$

応力とひずみの関係については、鉄管の弾性係数 E を用いて式(11)で表せる。

$$\epsilon_2 = \frac{\sigma_2}{E}, \epsilon_1 = \frac{\sigma_1}{E} \quad (11)$$

ここで σ_f =軸方向の応力、 σ_2 =円周方向の応力
また、管の円周方向の応力 σ_2 は式(12)で表せる。
ここで e は管の肉厚で、 T は円周方向の引張で、 D
は管の内径である。

$$\sigma_2 = T_f = \frac{\omega HD}{2e} = \frac{PD}{2e} = \frac{\Delta PD}{2e} \quad (12)$$

式(8)について、式(9)、式(10)、式(11)、式(12)を顧
慮したものが単層流の水の伝播速度であり、式(13)
で表せる。

$$a_w = \sqrt{\frac{\frac{K_w}{\rho_w}}{1 + \left(\frac{D}{e}\right)\left(\frac{K_w}{E}\right)c_1}} \quad (13)$$

式(13)について a)、b)、c)における管の拘束条件
 c_1 を計算した結果を以下に表記する。

a) $c_1 = 1 - \mu/2, a_w = 1347.5 \text{ m/s}$

b) $c_1 = 1 - \mu^2, a_w = 1341.7 \text{ m/s}$

c) $c_1 = 1, a_w = 1334.9 \text{ m/s}$

本研究では、両端固定の b)の状態 で実験及び解析
を行っている。したがって、b)の状態の伝播速度の
理論値を用いる。

2.3 気液混相流中の水の伝播速度 a_{nw} の算出

気液混相流中の水の伝播速度 a_{nw} についても単層
流の場合と同様に、まず体積弾性係数について考
える。

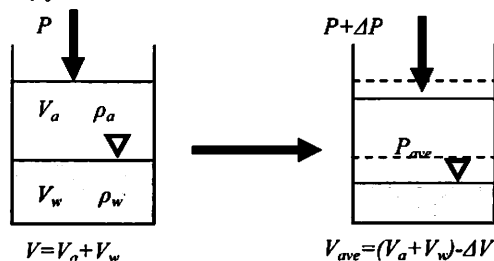


図 2-3 圧力増加模式図(気液混相流)

気液混相流の場合の密度 ρ_{ave} は液体(水)の密度 ρ_w
と気体(空気)の密度 ρ_a が平均的に混在し、それ

が体積の変化率で求められるとすると、式(14)で表
すことができる。

$$\rho_{ave} = \rho_w \frac{V_w}{V} + \rho_a \frac{V_a}{V} \quad (14)$$

次に、気液混相流の場合の体積弾性係数 K_{ave} も密
度 ρ_{ave} と同様に考える。液体(水)の体積弾性係数
 K_w と気体(空気)の体積弾性係数 K_a が平均的に混
在し、それが体積の変化率で求められるとすると、
 K_{ave} は式(15)で表せる。

$$\begin{aligned} \frac{1}{K_{ave}} &= \frac{1}{K_a} \left(\frac{V_a}{V} \right) + \frac{1}{K_w} \left(\frac{V_w}{V} \right) \\ &= \frac{1}{K_w} + \frac{1}{K_w} \left(\frac{K_w}{K_a} - 1 \right) \left(\frac{V_a}{V} \right) \end{aligned} \quad (15)$$

この式(14)、式(15)を式(13)に代入することで気液
混相流中の水の伝播速度 a_{nw} の式(16)が得られる。

$$a_{nw} = \frac{1}{\sqrt{\frac{\gamma_w - (\gamma_w - \gamma_a)\alpha}{g} \left[1 + \frac{(K_w/K_a - 1)\alpha}{K_w} + \left(\frac{D}{e}\right)\left(\frac{1}{E}\right)c \right]}} \quad (16)$$

a_{nw} =気液混相流中における水の伝播速度(m/s)

α =ボイド率 V_a/V

γ_w =水の比重量 $9.99 \times 10^3 \text{ (N/m}^3\text{)}$

γ_a =空気の比重量 $23.7 \text{ (N/m}^3\text{)}$

K_w =水の体積弾性係数 $2.07 \times 10^9 \text{ (N/m}^2\text{)}$

K_a =空気の体積弾性係数 $2.8 \times 10^5 \text{ (N/m}^2\text{)}$

E =鉄管の弾性係数 $2.0 \times 10^{11} \text{ (N/m}^2\text{)}$

D =鉄管の直径 $5.3 \times 10^{-2} \text{ (m)}$

e =鉄管の肉厚 $3.9 \times 10^{-3} \text{ (m)}$

c =鉄管の拘束条件 $1 - \mu^2$

μ =鉄管のポアソン比 0.3

γ_w =水の比重量 $9.99 \times 10^3 \text{ (N/m}^3\text{)}$

γ_a =空気の比重量 $23.7 \text{ (N/m}^3\text{)}$

3. 気液混相流中の伝播速度の実験結果

水撃圧が水頭で-10 mまで減少すると、水が気化
現象を起こし、管内は水と空気の気液混相流とな

る。この時の伝播速度は単層流のものとは比べて小さくなる。負圧の圧力波はバルブから上部水槽へ伝播する際に波の後方に気泡を発生させながら上流部へと伝播し、その後上部水槽からバルブへ波の前方で管内の気泡を潰しながら伝播する。

過去の研究より、負圧部のバルブから上部水槽へと伝播する行きの伝播速度は正圧の伝播速度 1341.7 m/s とほぼ同じ値であり、上部水槽からバルブへと伝播する帰りの伝播速度のみが遅くなるということが明らかとなったが、本研究では、水撃圧実験結果から正圧の行きの伝播速度を a_1 、正圧の戻りの伝播速度を a_2 、負圧の行きの伝播速度を a_3 、負圧の戻りの伝播速度を a_4 と領域をより細かく定義し、各伝播速度の計算を行った。⁶⁾

伝播速度の計算方法については、管長 $L=58.1(\text{m})$ をグラフより算出した水撃圧が伝播するのに要した時間 $T(\text{s})$ で除する事で求めた。

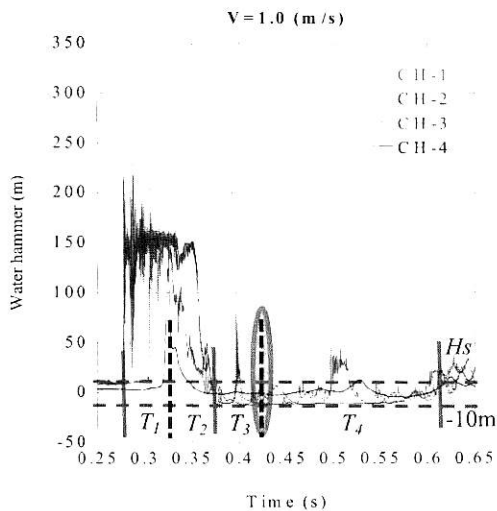


図 3-1 流速 1.0 m/s の水撃圧実験グラフ

表 3-1 流速 1.0 m/s の水撃圧実験結果

Velocity (m/s)	Time (s)		Wave Speed (m/s)	
	T_1	T_2	a_1	a_2
1.0	T_1	0.0476	a_1	1220.588
	T_2	0.0454	a_2	1279.735
	T_3	0.0436	a_3	1332.568
	T_4	0.1960	a_4	295.523

表 3-1、図 3-1 のように 0.1 m/s から 1.0 m/s までの各流速における負圧の伝播速度を計算したものを表 3-2 に記す。

表 3-2 各流速における負圧の伝播速度の実験結果

Velocity (m/s)	Time (s)		Wave Speed (m/s)	
	T_3	T_4	a_3	a_4
0.1	0.0526	0.0474	1104.562	1225.738
0.2	0.0520	0.0519	1117.308	1119.461
0.3	0.0545	0.0760	1066.055	764.473
0.4	0.0488	0.0892	1190.573	651.345
0.5	0.0494	0.0972	1176.113	597.366
0.6	0.0516	0.1012	1125.969	574.110
0.7	0.0413	0.1550	1406.780	374.839
0.8	0.0414	0.1806	1403.381	321.705
0.9	0.0442	0.1903	1314.479	305.286
1.0	0.0436	0.1960	1332.568	295.523

実験結果より、負圧の行きの伝播速度 a_3 は 1100 m/s から 1400 m/s と正圧の伝播速度 a_1 、 a_2 の理論値である 1341.7 m/s とほぼ同じ値となった。

また、流速が 1.0 m/s のときの負圧部の帰りの伝播速度 a_4 は約 300 m/s であり、これは空気の伝播速度である 340 m/s と近い値となった。

流速が 0.1 m/s、0.2 m/s の間は水撃圧が-10m に到達しないため、負圧の伝播速度は正圧の伝播速度とほぼ一致するが、流速が 0.3 m/s から大きくなるにつれて気泡の発生により負圧の戻りの時間 T_4 が次第に大きくなり、伝播速度 a_4 が小さくなった。

また、理論上で水撃圧が水頭で-10 m に到達せず水が気化しないであろう流速の場合でも 1100 m/s から 1200 m/s と理論値よりも若干小さい値となった。これは水道水を使用していることから、水中に溶存空気が含まれているために、その空気が伝播速度に影響しているのではないかと考えられる。

4. 気泡撮影用実験装置

水撃圧実験の圧力水頭の降下から液体の気化が起り、気泡の発生が推測される。管路の途中に挿入した透明アクリル管を通して瞬間的に確認される発生気泡を捕らえるために、管内の様子を二台の高速度カメラを用いて気泡の撮影を行う。カメラは BNC-box を経由し、Windows-PC に接続する。

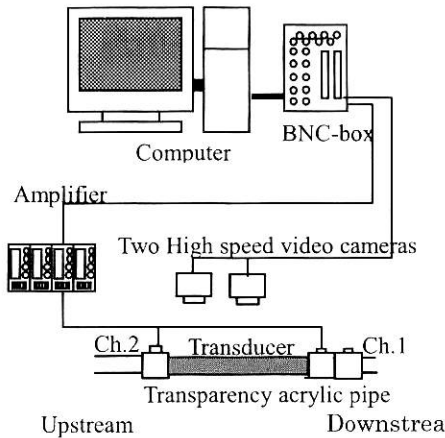


図 4-1 高速度カメラによる気泡撮影実験装置図

5. 気泡撮影用実験装置を用いた実験結果

5.1 一般的なボイド率 α の定義

一般的なボイド率の定義は、気体(air)の体積を V_a 、液体(liquid)の体積を V_l とすると、空気の体積を全体の体積 $V=V_a+V_l$ で除した値 V_a/V で表せる。³⁾⁵⁾

加えて、本研究で算出するボイド率 α は高速度カメラの映像から求めたので、気体(air)の面積を A_a 、液体(liquid)の面積を A_l とし、空気の面積を全体の面積 $A=A_a+A_l$ で除した値 A_a/A も算出した。

5.2 高速度カメラによるボイド率の実験結果

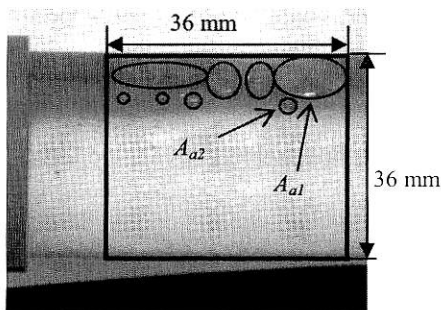


図 5-1 流速 1.042 m/s における気泡発生映像

図 5-1 は実験結果の映像の一例であり、これよりボイド率を計算した例を以下に示す。

$$\begin{aligned} \alpha_A &= A_a/A & \alpha_V &= V_a/V \\ &= (A_1+A_2+\dots+A_{an})/A & &= (V_1+V_2+\dots+V_{an})/V \\ &= 114.02 \text{ mm}^2/1296 \text{ mm}^2 & &= 219.75 \text{ mm}^3/36624.96 \text{ mm}^3 \\ &= 0.0880 & &= 0.006 \end{aligned}$$

各流速におけるボイド率を算出した実験結果を図 5-2 に示す。

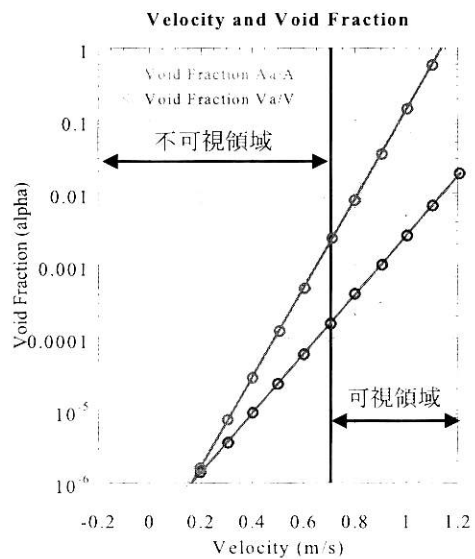


図 5-2 ボイド率と流速の関係の実験結果

図 5-2 は横軸に流速、縦軸にその時のボイド率 α_A および α_V を表したグラフである。

流速が 0.7 m/s より小さい流速では高速度カメラで気泡を確認することができなかったため、この流速 0.7 m/s を可視領域と不可視領域の境界とした。

高速度カメラの映像で気泡が確認できなかった流速 0.7 m/s 以下のボイド率については理論上気泡が発生するであろう最小流速の 0.1616 m/s をまずプロットし、その点と流速 0.1 m/s から 0.7 m/s まで、0.1 m/s 間隔で実験結果の不可視領域での予測値を結ぶことで不可視領域についてもボイド率を算出した。

6. 伝播速度とボイド率の関係についての検討

図 6-1 は縦軸に伝播速度(m/s)、横軸にボイド率 α を表したグラフで、実線が理論値である。本研究では、過去の研究において求められた Case1, Case2 の Line に今回新たに算出した Aa/A と Va/V の Line を追加した。^{2) 4)}

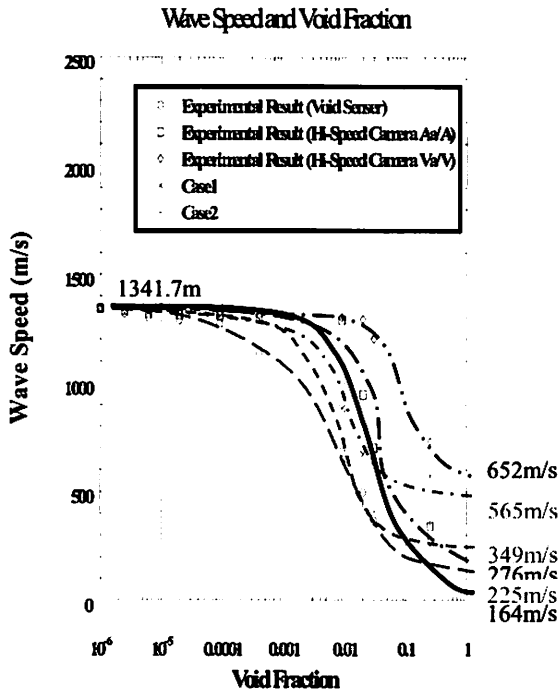


図 6-1 伝播速度とボイド率と関係の実験結果

ボイド率が 10^{-6} 程度と微小な時はどの実験結果も正圧の伝播速度の理論値である 1341.7 m/s に近い値であった。

ボイド率が 1 の時、つまり管内が完全に真空状態である時の理論値の伝播速度は 164.4 m/s であり、実験結果についてみると、空気の伝播速度である 340 m/s に最も近い値を示した Line は Case2 で、その伝播速度は 349 m/s であった。

7. 結論

Case2 の値が空気の伝播速度である 340 m/s に最

も近い 349 m/s であった。これより、理論に最も近いものは Case2 であった。理論値ではボイド率が 1 の時の伝播速度は 164 m/s であり、このずれの理由として、理論式において水と水蒸気が別々の弾性係数と密度を持っている為に理論値は水蒸気に沿った Line になっており、実験値については水道水を用いている為、水道水に含まれている含有空気の影響を大きく受けていると考えられることから、空気に沿った Line になっていると考えられる。

参考文献

- 1) GARY Z. WATTERS : MODERN ANALYSIS AND CONTROL OF UNSTEADY FLOW IN PIPELINES, ANN ARBOR SCIENCE , pp.251-278, (1979).
- 2) 下浅雄大, 河野幸夫 : 水撃負圧部のボイド率と伝播速度の関連性について, 東北学院大学工学部研究報告 第 44 巻 第 1 号 pp.41-46, (2010)
- 3) 下浅雄大, 河野幸夫 : 水撃負圧部の気泡発生と計測方法について, 東北学院大学工学部研究報告 第 43 巻 第 1 号 pp.41-46, (2009)
- 4) 下浅雄大, 河野幸夫 : 負圧における伝播速度とボイド率の関係, 環境防災研究所 第二回研究発表会 pp.1-8, (2009)
- 5) Yudai Shimoasa, Yukio Kono : Measurement of void fraction and bubble occurrence in pipeline under negative surge pressure. 17th Congress IAHR-APD 2010, pp.1-7, (2010).
- 6) Yudai Shimoasa, Yukio Kono : Bubble Occurrence and Wave Speed under the Condition of Negative Surge Pressure. International Conference on Coastal Zone Engineering and Management 2010 , pp.1-10, (2010)